Devoir maison n°4 - Correction

<u>Algèbre :</u>

<u>Exercice 1 :</u> Lier géométrique et numérique

On considère un cylindre de hauteur h et dont la base a pour rayon r $(en\ dm)$.

1) a. $V = \pi \times r^2 \times h$

   b. Ce volume dépend du rayon r du disque de base et de la hauteur h du cylindre.

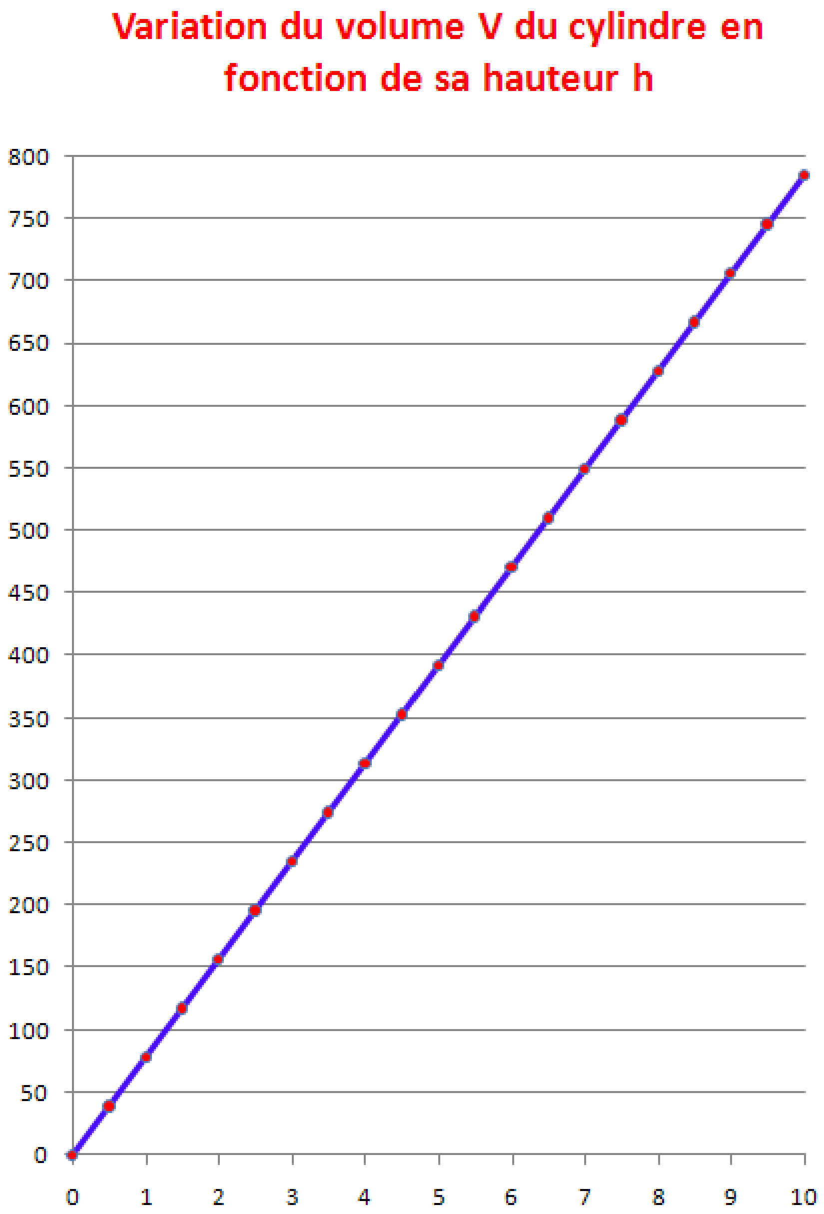
2) *<u>Situation n°1 :</u>* On suppose que $r = 5\ dm$.

   a. Il suffisait ici de remplacer dans la formule r par 5 et h par les différentes hauteurs du tableau :

Hauteur h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Volume V	0	39,27	78,54	117,81	157,08	196,35	235,62	274,89	314,16	353,43	392,699

Hauteur h	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
Volume V	431,97	471,24	510,51	549,78	589,05	628,32	667,59	706,86	746,13	785,398

   b. En prenant 1 cm pour 1 en abscisse 1 cm pour 50 en ordonnée, vous deviez obtenir la courbe ci-dessous :



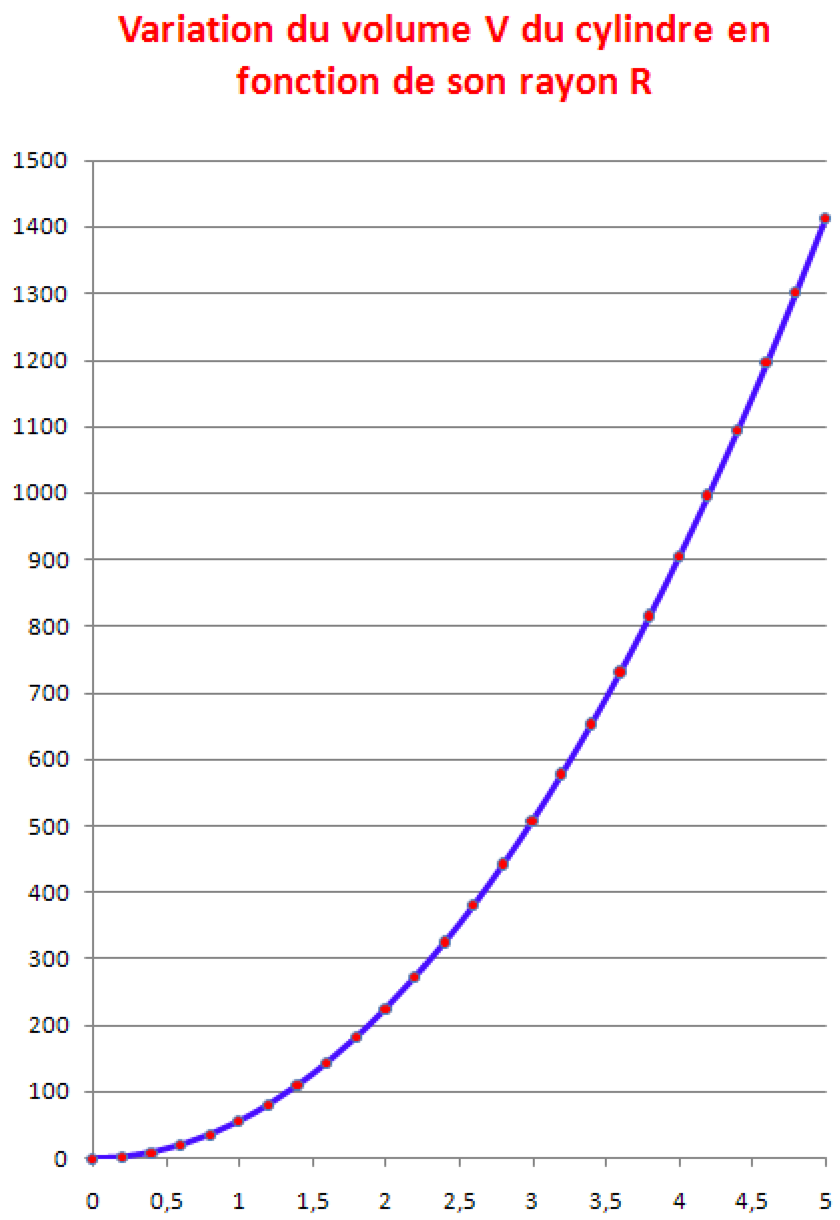
3) *<u>Situation n°2 :</u>* On suppose maintenant que $h = 18\ dm$.

   a. Il suffisait ici de remplacer dans la formule h par 18 et r par les différentes hauteurs du tableau :

Rayon R	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Volume V	0	2,262	9,048	20,358	36,191	56,549	81,43	110,84	144,76	183,22	226,195

2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4
273,7	325,72	382,27	443,34	508,94	579,06	653,7	732,87	816,56	904,779	997,52	1094,8

b. En prenant 1 *cm* pour 0,5 en abscisse 1 *cm* pour 100 en ordonnée.

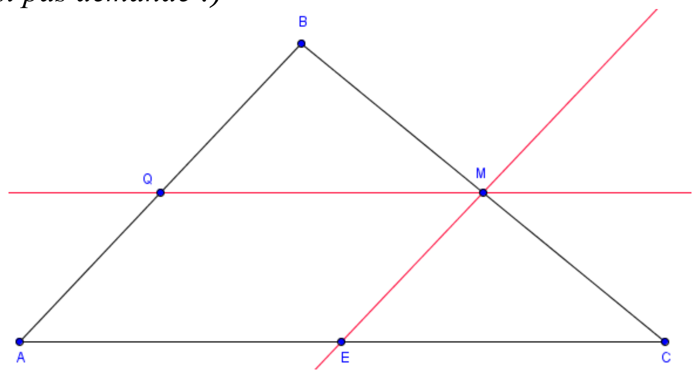


c. Dans les similitudes, on peut noter que plus le rayon *(resp. la hauteur)* augmente, plus le volume augmente lui aussi.
Dans les différences, on peut noter que le volume augmente proportionnellement à la hauteur h *(car la courbe obtenue est une droite passant par l'origine du repère)* alors que ce n'est pas le cas pour le rayon.

Géométrie :

Exercice 2 : Théorème de Thalès et résolution d'équation

Remarque : il est nécessaire de faire une figure au brouillon pour faciliter la résolution d'un exercice de géométrie *(même si ce n'est pas demandé !)*



1) Comme :

- Les points C, M, B sont alignés
- Les points C, P, A sont alignés
- (PM) // (AB)

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CM}{CB} = \frac{MP}{AB} = \frac{CP}{CA}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{8-x}{8} = \frac{MP}{7} = \frac{CP}{CA}$$

On trouve donc :

$$MP = 7 \times \left(1 - \frac{x}{8}\right) = 7 - \frac{7}{8}x$$

Comme :

- Les points B, M, C sont alignés
- Les points B, Q, A sont alignés
- (QM) // (AC)

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BQ}{BA} = \frac{MQ}{AC}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{x}{8} = \frac{BQ}{BA} = \frac{MQ}{11}$$

On trouve donc :

$$MQ = \frac{11}{8}x$$

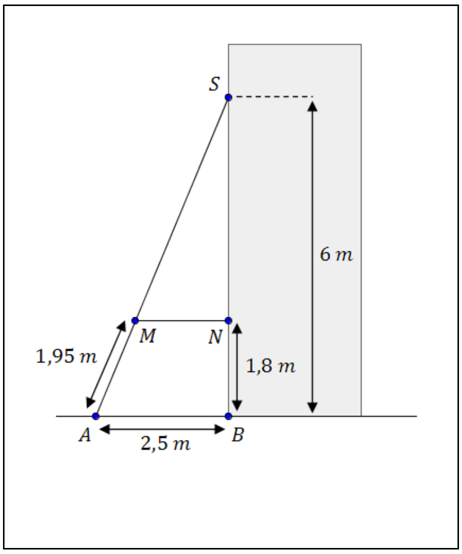
2) Ainsi, pour trouver la valeur de x qui vérifie MP + MQ = 9 ; il suffit de remplacer :

On arrive alors à la résolution de l'équation $7 - \frac{7}{8}x + \frac{11}{8}x = 9$

Après résolution, on arrive à $\frac{4}{8}x = 2$; soit $x = 4$

<u>Exercice 3 :</u> Contrefort *(Brevet 2002)*

Pour consolider un bâtiment, on construit un contrefort en bois comme sur la figure ci-contre.



1) En considérant que le montant $[BS]$ est perpendiculaire au sol, cela nous donne que le triangle ABS est rectangle en B.

   Comme le triangle ABS est rectangle en S, alors d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AS^2 = BS^2 + BA^2$$
$$AS^2 = 6^2 + 2{,}5^2 = 36 + 6{,}25 = 42{,}25$$

   Et donc, en utilisant la calculatrice, on trouve :

$$AS = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5\ m$$

2) Comme M appartient au segment $[AS]$, $SM = AS - AM = 6{,}5 - 1{,}95 = 4{,}55\ m$
   Comme N appartient au segment $[BS]$, $SN = SB - NB = 6 - 1{,}8 = 4{,}2\ m$

3) Comme les points S, M, A et S, N, B sont alignés dans le même ordre
   On calcule séparément :

   - $\frac{SN}{SB} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7$
   - $\frac{SM}{SA} = \frac{4{,}55}{6.5} = 0{,}7$

Comme $\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SA}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, (MN) // (BC)

4) Pour Calculer la longueur MN de deux façons différentes :

1ère méthode : En utilisant le théorème de Pythagore

Comme $(MN) // (AB)$ et que $(BS) \perp (AB)$, alors $(MN) \perp (SN)$ *(Car si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre)*

Ainsi, dans le triangle SMN rectangle en N
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SM^2 = MN^2 + SN^2$$
$$4{,}55^2 = MN^2 + 4{,}2^2$$

Et donc, $MN^2 = 4{,}55^2 - 4{,}2^2$
Et après simplification, on trouve : $MN = 1{,}75\ m$

2nde méthode : En utilisant le théorème de Thalès

Comme

- Les points S, N, B sont alignés
- Les points S, M, A sont alignés
- $(MN) // (AB)$

Alors d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{4{,}2}{6} = \frac{4{,}55}{6{,}5} = \frac{MN}{2{,}5}$$

On trouve donc :

$$MN = \frac{2{,}5 \times 4{,}55}{6{,}5} = 1{,}75\ m$$